

## *Ustálený elektrický prúd - základné pojmy*

*Elektrický prúd – definícia*

*Vektor prúdovej hustoty, definícia, rozmer*

*Rovnica spojitosti el. prúdu - odvodenie a fyzikálny význam*

## *Ohmov zákon*

*v integrálnom tvare*

*v diferenciálnom tvare*

*Napätie, odpor a vodivosť*

*Odpor vodiča, merná vodivosť, merný odpor*

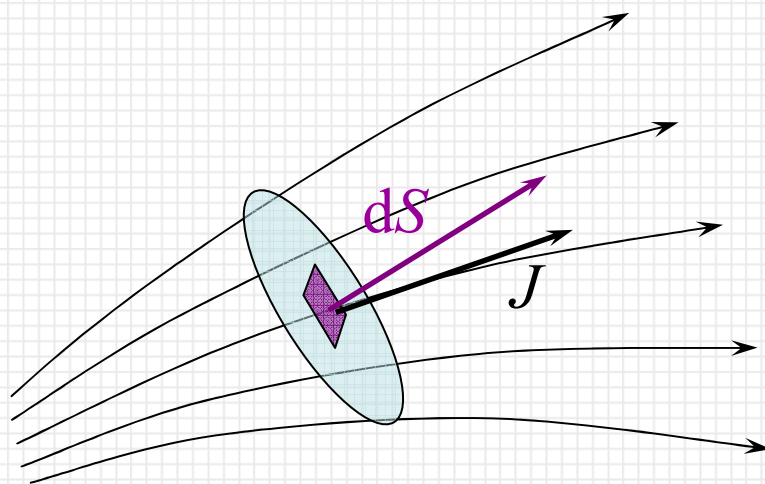
*Práca a výkon elektrického prúdu - definícia, jednotky a rozmer*

*Elektromotorické napätie - definícia*

*Zákony Kirchhoffove*

*Spájanie vodičov sériovo a paralelne*

Elektrický prúd je usmernený pohyb el. nábojov



Objemová prúdová hustota  
(mikroskopická definícia)

$$\mathbf{J} = qn\mathbf{v} = \rho\mathbf{v} \quad [Am^{-2}]$$

$n$  ... koncentrácia pohyblivých nábojov

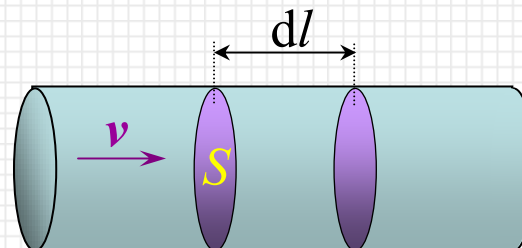
$\mathbf{v}$  ... rýchlosť

$\rho$  ... objemová hustota náboja

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad \rightarrow \quad = nqvS \quad \rightarrow \quad = nq \frac{dlS}{dt} \quad \rightarrow \quad = nq \frac{d\tau}{dt} \quad \rightarrow \quad = \rho \frac{d\tau}{dt}$$

$$\mathbf{J} = \frac{dI}{dS} \mathbf{n}^0$$

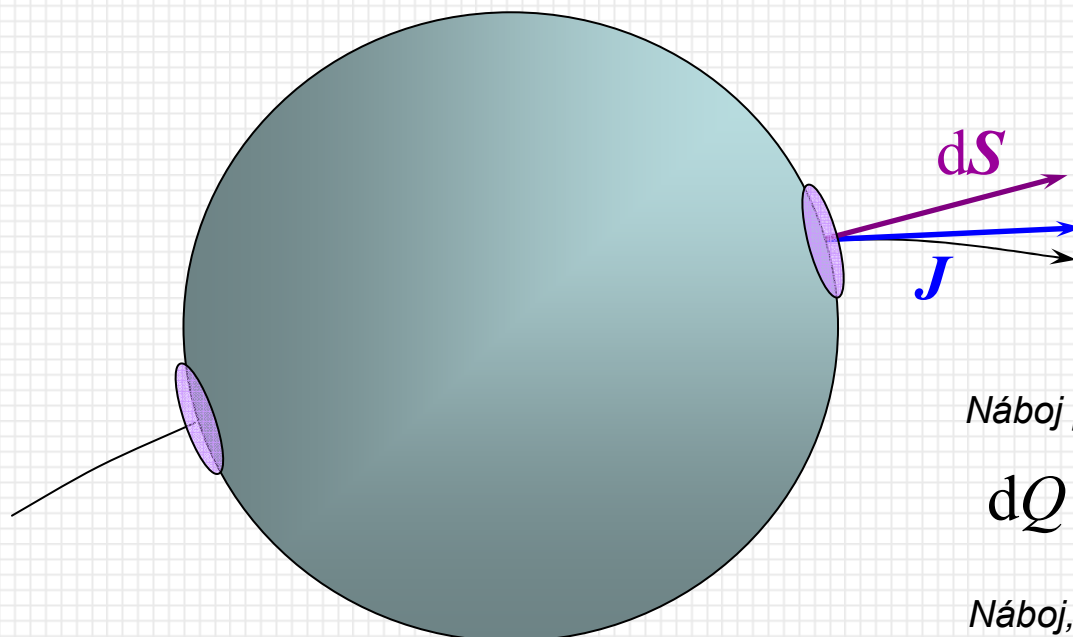
Objemová prúdová hustota  
(makroskopická definícia)



$$I = \frac{dQ}{dt}$$

## Rovnica spojitosti elektrického prúdu

3



Náboj pretekajúci cez plošku

$$dQ = Idt \longrightarrow = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} dt$$

Náboj, ktorý vytečie cez celú plochu za čas  $dt$

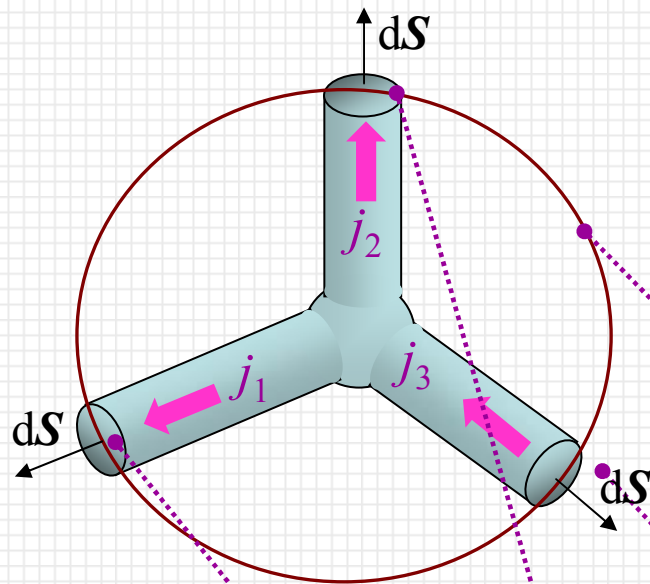
$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = - \frac{dQ}{dt}$$

V stacionárnom stave: Ak sa náboj vnútri plochy  $S$  s časom nemení (t.j. koľko náboja do plochy vteká, toľko ho z nej aj vyteká)

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Rovnica spojitosti (kontinuity) el. prúd  
(znamienko  $-$  značí ubúdanie náboja)

# 1. Kirchhoffov zákon (využitie rovnice continuity)



Stacionárny stav (integral cez uzavretu plochu je 0)

1. Ak vektor  $\mathbf{J}$  je súhlasne orientovaný s vektorom plochy  $d\mathbf{S}$ , je výsledok integrálu  $+$ , v opačnom prípade  $-$ .

2. Plochou mimo vodiča  $\mathbf{J}=0$

3. Podľa rovnice continuity platí

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \mathbf{J}_2 \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_3} \mathbf{J}_3 \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_0} \mathbf{J}_0 \cdot d\mathbf{S}$$

$$0 = +I_1 + I_2 - I_3 + 0$$

všeobecne

$$0 = \sum_{k=1}^n I_k$$

## Ohmov zákon v *integrálnom tvare*

V r. 1825-27 Ohm experimentálne zistil, že v kovovom vodiči je závislosť  $U = f(I)$  *lineárna*.

$$U = RI \quad \text{Ohmov zákon v integrálnej forme}$$

$R$  ... Koeficient úmernosti – *odpor (rezistancia)*  
(závisí od materiálu, dĺžky vodiča, teploty)

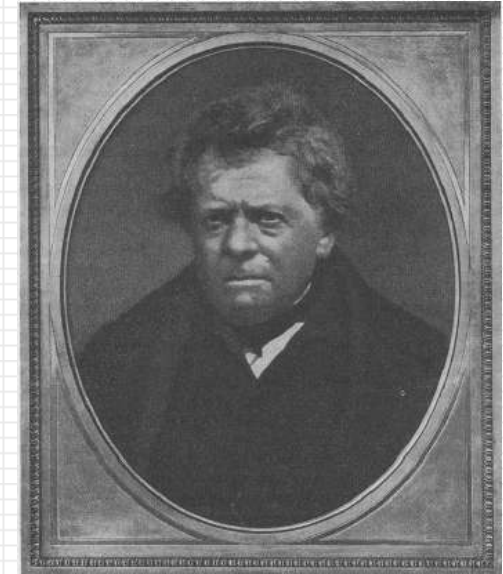
$$1\Omega = \frac{1V}{1A} = 1m^2kgs^{-3}A^{-2} \quad \text{Jednotka je } 1\Omega \text{ (Ohm)}$$

Odpor je vlastnosť vodiča!!!   
Súčiastka s takouto vlastnosťou je „*rezistor*“, „*odporník*“, ale aj „*odpor*“

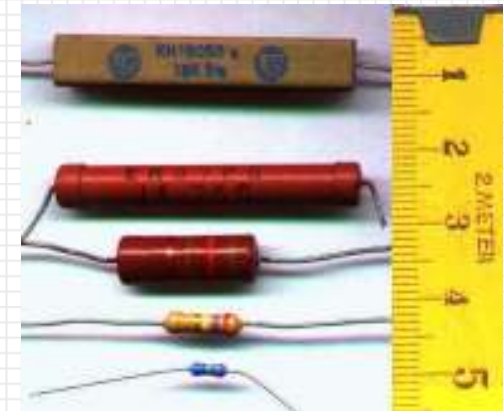
$$I = GU$$

$G = 1/R$  ... – *vodivosť (konduktancia)*

$$1S = 1\Omega^{-1} \quad \text{Jednotka je } 1S \text{ (Siemens)}$$

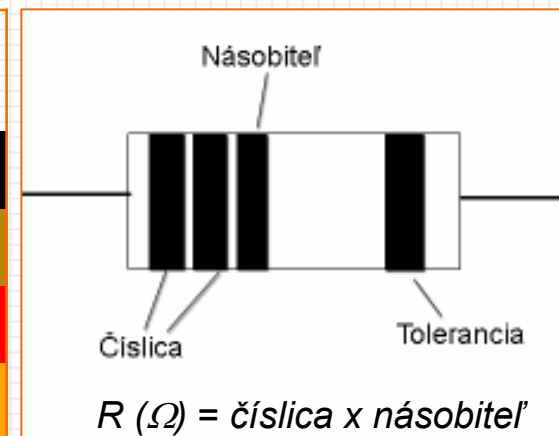


Georg Simon OHM  
(1789 Erlangen – 1854 Mníchov)



## Farebné značenie rezistorov

Farba	1. pásik	2. pásik	3. Pásik - násobiteľ	4. Pásik - tolerancia
Čierna	0	0	$\times 10^0$	
Hnedá	1	1	$\times 10^1$	$\pm 1\%$
Červená	2	2	$\times 10^2$	$\pm 2\%$
Oranžová	3	3	$\times 10^3$	
Žltá	4	4	$\times 10^4$	
Zelená	5	5	$\times 10^5$	$\pm 0.5\%$
Modrá	6	6	$\times 10^6$	$\pm 0.25\%$
Fialová	7	7	$\times 10^7$	$\pm 0.1\%$
Sivá	8	8	$\times 10^8$	$\pm 0.05\%$
Biela	9	9	$\times 10^9$	
Zlatá			$\times 0.1$	$\pm 5\%$
Strieborná			$\times 0.01$	$\pm 10\%$



Potenciometer  
(rezistor s premenlivým odporom)

## Odpor ako funkcia rozmerov a teploty

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho$  ... – **rezistivita** (merný odpor)  
 Jednotka  $1\Omega m$   
 (závisí od materiálu)

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$\sigma$  ... – **konduktivita** (merná vodivosť)  
 Jednotka  $1Sm^{-1}$

$$R = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$\alpha$  ... **teplotný koeficient el. odporu**

Materiál		Rezistivita pri 20 °C [ $\Omega.m$ ]	Teplotný odporový súčiniteľ pri 20 °C [ $^{\circ}C^{-1}$ ]
Čisté kovy	Striebro	$1,63 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$
	Meď	$1,72 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
	Zlato	$2,35 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
	Hliník	$2,83 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
	Wolfram	$5,60 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
	Nikel	$7,80 \cdot 10^{-8}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$
	Cín	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
	Platina	$1,09 \cdot 10^{-7}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
	Železo	$0,98 \cdot 10^{-7}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$
Zliatiny	Mosadz	$0,75 \cdot 10^{-7}$	$\sim 10^{-3}$
	Konštantán	$0,44 \cdot 10^{-6}$	$\sim 10^{-6}$
	Manganín	$0,48 \cdot 10^{-6}$	$\sim 10^{-6}$
	Nichróm	$0,11 \cdot 10^{-5}$	$\sim 10^{-4}$
Polovodiče	Germánium	$\sim 0,5 \cdot 10^0$	záporný
	Kremík	$\sim 2 \cdot 10^3$	záporný
Dielektriká (izolátory)	Sklo	$2 \cdot 10^{11}$	
	Pečatný vosk	$\sim 10^{14}$	
	Síra	$\sim 10^{15}$	
	Tavený kremeň	$> 5 \cdot 10^{16}$	

## Ohmov zákon v *diferenciálnom tvare*

8

$$\begin{aligned} dI &= \frac{dU}{R} \xrightarrow{dU = Edl} = \frac{Edl}{R} \xrightarrow{R = \rho \frac{dl}{dS}} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}} \xrightarrow{} = \frac{1}{\rho} EdS \xrightarrow{} \\ &\xrightarrow{} = \sigma EdS \xrightarrow{} \frac{dI}{dS} = \sigma E \xrightarrow{J = \frac{dI}{dS}} J = \sigma E \xrightarrow{} \boxed{J = \sigma E} \end{aligned}$$

Ohmov zákon v diferenciálnej forme

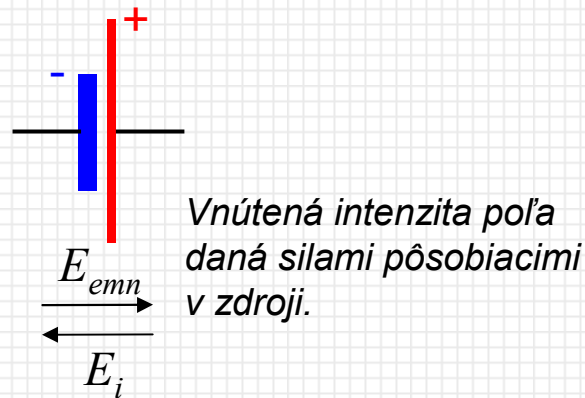
Pozn. Diferenciálna formulácia je oproti integrálnej všeobecnejšia, pretože nezávisí od objemu a tvaru vodivého objektu.

Napr. v polovodičových diódach sa rozteká prúd v objeme pod kontaktom.



## Elektromotorické napätie

Aby prúd vo vodiči bol stály je potrebné udržiavať konštantný rozdiel potenciálov. Zariadenie, ktoré sú schopné prenášať náboj proti el. poľu a tak udržiavať konštantný rozdiel potenciálov sa nazývajú **zdroje elektromotorického napätia**.

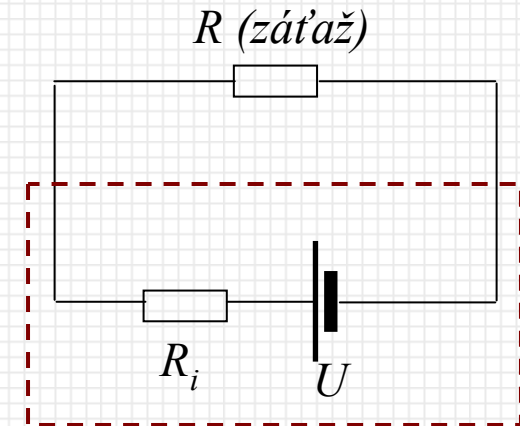


$$E_{emn} = -E_i$$



$$U = R_i I + RI$$

$$I = \frac{U}{R_i + R}$$



Zdroje sa podľa vnútorného odporu delia na **tvrdé** a **mäkké**.

## Kirchoffove zákony, 2. Kirchhoffov zákon

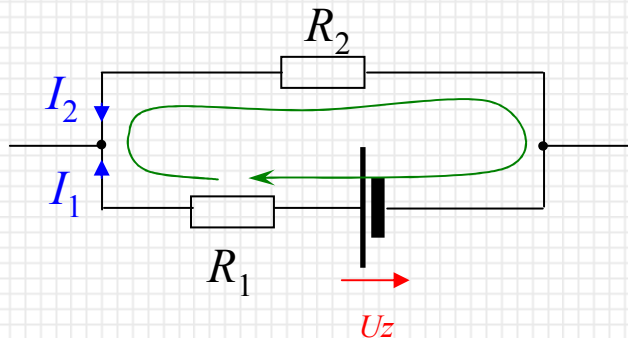
$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$  Integrál intenzity pozdĺž uzavretej dráhy je rovný 0.

$$dU = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \xrightarrow{\mathbf{E} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma}} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J} d\mathbf{l} \xrightarrow{\mathbf{J} \parallel d\mathbf{l}, J = \frac{I}{S}} = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{S} d\mathbf{l} \cdot \mathbf{e}_l \xrightarrow{dR} = IdR$$

Na úseku rezistora  $dR$  je teda úbytok napätia  $dU$ . Na celom rezistore  $R$  je úbytok  $U$ .

$$U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = IR$$

Príklad použitia 2.KZ



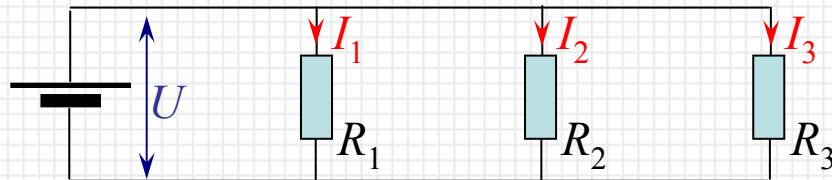
$$\oint_l \mathbf{E} d\mathbf{l} = R_1 I_1 - R_2 I_2 - U_z = 0$$

Pozn. Keďže zdroje sú tiež súčasťou uzavretej dráhy, treba napätie na zdroji uvažovať.

## Spájanie rezistorov

**Paralelné zapojenie** ( $U$  je na všetkých rezistoroch rovnaké)

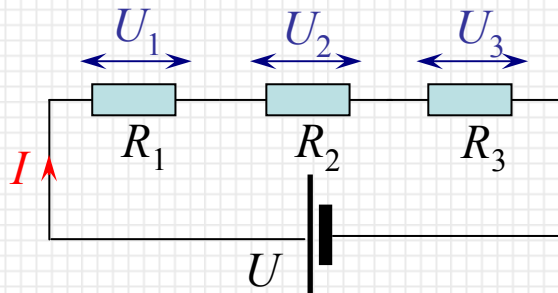
$$I = \sum_i I_i \longrightarrow = \sum_i \frac{U_i}{R_i} \longrightarrow = U \sum_i \frac{1}{R_i} \longrightarrow \frac{I}{U} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$



$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

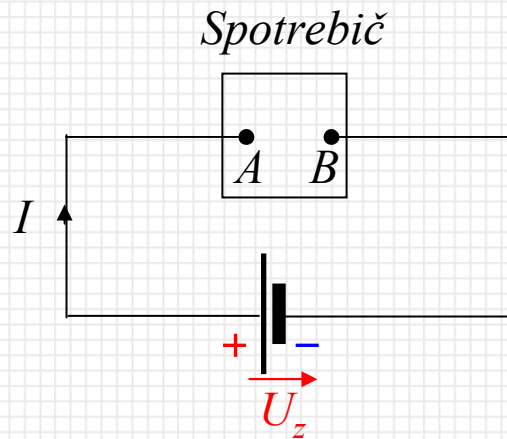
**Sériové zapojenie** (rovnaké  $I$  tečie všetkými rezistormi)

$$U = \sum_i U_i \longrightarrow = \sum_i R_i I_i \longrightarrow = I \sum_i R_i \longrightarrow \frac{U}{I} = \sum_i R_i$$



$$R = \sum_i R_i$$

# Práce a výkon, Joulov zákon



$$dq = Idt$$

$$dA = Udq \longrightarrow = UI dt$$

$$A = \int UI dt$$

$$P = \frac{dA}{dt} \longrightarrow = \frac{UI dt}{dt} \longrightarrow = UI [W] = [VA]$$

Z Ohmovho zákona:  $U = RI$

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R} = \frac{I^2}{G} = GU^2$$

Joulov zákon